

Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpia

Szakkör 2020-21

1. Gravitáció, égi mechanika

Dálya Gergely, Császár Kornél, Knoch Júlia, Világos Blanka
(Bécsy Bence, Csörnyei Géza, Kalup Csilla)

2020. szeptember 19.

1. Bemelegítő feladatok

B.1. feladat

Számítsd ki mekkora a gravitációs gyorsulás a következő égitestek felszínén: Hold, Vénusz, Jupiter, Nap! ($M_{\text{Nap}} = 2 \cdot 10^{30}$ kg, $M_{\text{Hold}} = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg, $M_{\text{Vénusz}} = 4,9 \cdot 10^{24}$ kg, $M_{\text{Jupiter}} = 1,9 \cdot 10^{27}$ kg)

B.2. feladat

A geostacionárius műholdak keringési ideje megegyezik a Föld forgási periódusidejével, így (mivel a pályájuk a Föld egyenlítői síkjában fekszik) mindig a Föld egy adott pontja felett tartózkodnak. Mennyivel a Föld felszíne felett keringenek?

B.3. feladat

Határozzuk meg a Szaturnusz pályájának fél nagytengelyét, ha tudjuk, hogy keringési ideje 29,46 év! ($a_{\oplus} = 1$ CSE, $T_{\oplus} = 1$ év)

B.4. feladat

A Hale–Bopp-üstökös pályájának fél nagytengelye $a = 186$ CSE, excentricitása $e = 0,995$. Legutóbb 1997-ban volt napközelen. Mikor lesz legközelebb perihéliumban, és milyen távol lesz ekkor a Naptól?

2. Nehezebb feladatok

N.1. feladat

Mennyi idő alatt esik le egy a Holdon 1 méter magasságból leejtett kő? Mi a helyzet hasonló körülmények között egy tollal?

N.2. feladat

A Neptunusz Triton holdjának periódusideje 5 nap, 21 óra, 3 perc, fél nagytengelye 14,41-szerese a bolygó sugarának. A mi Holdunk periódusideje 27 nap, 7 óra, 43 perc, fél nagytengelye 60,3 szorosa a Föld sugarának. Számítsd ki a Neptunusz és a Föld átlagos sűrűségének arányát!

N.3. feladat

Egy $2 M_{\odot}$ tömegű csillag körül 8 CSE sugarú körpályán kering egy $10 M_{\oplus}$ tömegű exobolygó. Mekkora modulációt okoz a kísérő a csillag égi pozíciójában ha a rendszer 21 fényévre van tőlünk?

N.4. feladat

Egy 4,2 Mpc sugarú galaxishalmaz peremén elhelyezkedő galaxis várhatóan elhagyja a halmazt, ha a halmaz centrumához képest legalább 900 km/s a sebessége. Határozd meg a halmaz átlagsűrűségét!

N.5. feladat

Tegyük fel, hogy a csillagászok találtak a Kuiper-övben egy tökéletes gömb alakú, 5 km sugarú kisbolygót, mely köré először egy műholdat, aztán a felszínére asztronautát küldtünk. A műhold a következő pályaparaméterekkel rendelkezett: $a = 33$ km, $T = 5$ nap. Vajon körbe tud-e jutni valamely irányban a kisbolygón az asztronauta, ha 3 órára elegendő oxigént tud magával vinni? Mi miatt fulladhat kudarcba a küldetés?

N.6. feladat

Milyen irányú és milyen nagyságú pillanatszerű sebességváltozást kell eszközölni egy geostacionárius pályán keringő műholdon, hogy álljon:

1. e excentricitású ellipszispályára, melynek perigeuma az adott pont
2. e excentricitású ellipszispályára, melynek apogeuma az adott pont
3. parabolapályára
4. körpályára, mely síkja az eredeti körpálya síkjával α szöget zár be (milyen α szögek esetén teljesíthető ez?)
5. egyenes alakú pályára
6. i inklinációjú geoszinkron pályára

Diákolimpiai szintű feladatok

D.1. feladat

Becsüljük meg, hogy mekkora lehet egy olyan, Földhöz hasonló bolygó sugara, amelyről egy átlagos ember el tud dobni egy követ úgy, hogy az elhagyja a bolygót!

D.2. feladat

Egy exobolygó $e = 0,2$ excentricitású, $a = 4$ CSE félnagy tengelyű pályán kering. A csillag lakhatási zónája $r_b = 3$ CSE és $r_k = 4$ CSE között húzódik. Számítsuk ki, hogy az idő hány százalékát tölti a bolygó a lakhatósági zónában!

D.3. feladat

Egy űrszonda kering a (2608) Seneca kisbolygó körül (folyamatosan nagyon közel marad a kisbolygóhoz). Az űrszonda periodikus rádiójeleket küld vissza a Földre, melyeknek az aszteroida és a Föld relatív mozgása miatt különböző időtartamokra van szüksége, hogy elérje a Földet. Ez az időtartam 2 és 39 perc között változik. A Föld és a Seneca pályája egy síkban van. Feltéve, hogy a Föld 1 CSE sugarú körpályán mozog a Nap körül 1 éves periódussal, számítsuk ki:

- a Seneca fél nagytengelyét és excentricitását
- a Seneca pályaperiódusát és a két oppozíció között eltelt időt

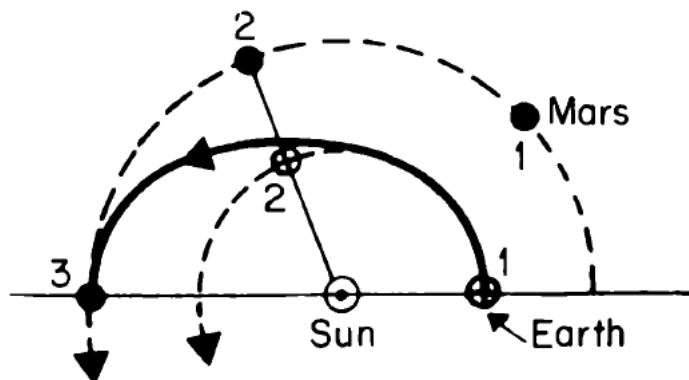
D.4. feladat

Űrszondát indítunk a Vénuszra egy Föld körül keringő hordozórakétáról. A kilövés pillanatában az űrszonda sebessége $d = 661$ m/s-mal volt nagyobb a helyi szökési sebességnél. Ismeretes ezen kívül, hogy az űrszonda sebessége $r_0 = 488900$ km-re a Föld felszínétől $v_0 = 4,05$ km/s volt. A Föld felszíne fölött mekkora H magasságban történt az indítás? Mekkora volt az űrszonda sebessége ebben a pillanatban? Az indítás után a Föld vonzásterén belül milyen pályán haladt az űrállomás?

D.5. feladat

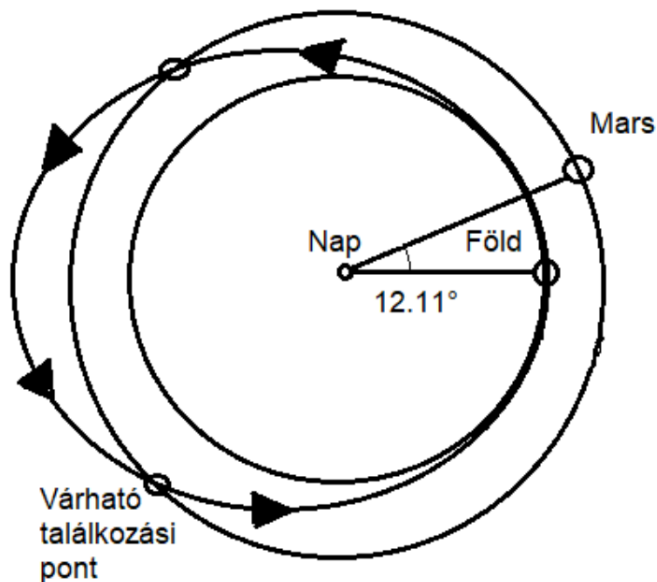
2018. február 6-án a világ lélegzetvisszafojtva figyelte, amint a három Falcon 9-es hordozórakétából összerakott Falcon Heavy a magasba emelte Elon Musk piros Tesláját. Bár a küldetésnek tudományos céljai nem voltak, bebizonyosodott, hogy van lehetőség újrahasznosítható rakétákkal űrszondákat juttatni a Marshoz. Tegyük fel, hogy most még egy Teslát fel szeretnének lőni, ezúttal azonban célzottan a Marsra.

1. Számítsd ki mennyi időre lenne szüksége Elon Musk új Teslájának ahhoz, hogy Hohmann-transzfer pályán (lásd. 1.ábra) eljusson a Földről a Marsra! Mekkora sebességgel kell rendelkezzen ehhez a Tesla az indítás után, a Föld mellett? A Mars pályájának sugara 1,52 CSE, a Mars keringési periódusa 687 nap. A Mars pályájának excentricitását elhanyagolhatjuk.



1. ábra: Hohmann-pálya a Marsra

2. A nagy izgalmaktól felhevülve azonban Elon nagyon nem bír magával, ezért egy hirtelen mozdulattal megnyomta a „KILÖVÉS” gombot, jóval hamarabb, mint ahogy azt eredetileg eltervezték. Ekkor a Mars–Nap–Föld szög $12,11^\circ$ volt. Elon csapata biztos volt abban, hogy így az eltervezett Hohmann-transzferes megoldás nem fog sikerülni, ezért a sebességet úgy állították be, hogy a Mars pályáján kívülre nyúljon a Tesla pályája és a visszaúton találkozasson a Marssal. A Tesla perihéliumbeli sebességét $33,621 \text{ km/s}$ -ra állították (a Naphoz képest, a Föld pillanatnyi mozgásának irányában) mellyel az ellipszispályára állt. Sikerülni fog-e a találkozás egy keringési perióduson belül? A Mars fél nagytengelye $1,523 \text{ CSE}$, pályája pedig Elon kedvéért legyen kör alakú.



2. ábra: Rögtönzött pálya a Marsra