Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpia
Szakkör 2020-21
2. Műszertechnika és Asztrofizika I.
Megoldások

Dálya Gergely, Császár Kornél, Knoch Júlia, Világos Blanka
(Bécsy Bence, Csörnyei Géza, Kalup Csilla)

2020. 10. 03.

1. Ismétlő feladatok

I1. feladat

A napfogyatkozás során az azt okozó égitest korongja eltakarja a Napét, vagyis a napfogyatkozás feltétele az, hogy a Neptunuszról a Triton látszó szögátmérője nagyobb legyen, mint a Napé. Legyen r_T a Triton, $r_\odot$ a Nap távolsága a Neptunusztól; d_T a Triton, $d_\odot$ pedig a Nap átmérője, α és β pedig rendre a Triton és a Nap szögátmérőjének fele! Ekkor:

$$\mathrm{tg}\ \alpha = \frac{d_T/2}{r_T} \quad \rightarrow \quad 2\alpha = 0{,}1087^\circ \tag{1}$$

$$\mathrm{tg}\ \beta = \frac{d_\odot/2}{r_\odot} \quad \rightarrow \quad 2\beta = 0{,}0088^\circ \tag{2}$$

Mivel tehát $2\alpha > 2\beta$, a Triton **tud** napfogyatkozást okozni a Neptunuszon.

I2. feladat

A körpálya sugarát a Schwarzschild-sugár segítségével fogjuk tudni kiszámítani. Ehhez először határozzuk meg a fekete lyuk tömegét!

$$r_{\mathrm{Sch}} = 42\ \mathrm{CSE} = 6{,}3 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m} = \frac{2GM}{c^2} \quad \rightarrow \quad M = \frac{r_{\mathrm{Sch}} c^2}{2G} = 4{,}25 \cdot 10^{39}\ \mathrm{kg} \tag{3}$$

A tömegből pedig a keringési idő ismeretében Kepler III. törvényéből megkapjuk a pálya sugarát:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad \rightarrow \quad a = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = 5{,}12 \cdot 10^{15}\ \mathrm{m} \tag{4}$$

Mivel az L4 és L5 Lagrange-pontok a fekete lyukkal és a csillaggal szabályos háromszögeket alkotnak, így ezek távolsága megegyezik a körpálya sugarával, vagyis az L4 Lagrange-pont távolsága: $\boldsymbol{d_{\mathrm{L4}} = 5{,}12 \cdot 10^{15}\ \mathrm{m}}$

I3. feladat

A szökési sebesség azért lesz eltérő az egyenlítőn és a póluson, mert az egyenlítőn a neutroncsillag forgása miatt eleve van egy elég jelentős sebessége egy ott lévő hipotetikus űrhajónak, így ennyivel kevesebb lesz az ottani szökési sebesség, mint a póluson lévő. Számoljuk ki először a póluson lévő szökési sebességet!

$$\boldsymbol{v_{\mathrm{sz,p}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = 1{,}93 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \tag{5}$$

Az egyenlítőn a forgási sebességet a következőképpen számíthatjuk ki:

$$v_{\mathrm{e}} = \frac{2r\pi}{T} = 1{,}88 \cdot 10^{6}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \tag{6}$$

vagyis a szökési sebesség az egyenlítőn:

$$\boldsymbol{v_{\mathrm{sz,e}} = v_{\mathrm{sz,p}} - v_{\mathrm{e}} = 1{,}91 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \tag{7}$$

I4. feladat

A csillag pozíciója fél év alatt $7{,}436 \cdot 10^{-6}$ radiánt változott. Innen a csillag parallaxisa (π) éppen ennek a fele lesz, azaz:

$$\pi = 3{,}718 \cdot 10^{-6} = 0{,}767''$$

A parallaxis definíciójából ismert, hogy a távolság a parallaxis reciproka, ha parszekben és ívmásodpercben számolunk:

$$d = \frac{1}{\pi}$$

Innen azt kapjuk, hogy a csillag távolsága **1,304 parszek**. Ez alapján a csillag nem lehet más, mint a **Proxima Centauri**.

2. Bemelegítő feladatok

B1. feladat

A távcső nagyítását az objektív és az okulár fókusztávolságainak arányaként kaphatjuk meg: $N = \frac{f_{\mathrm{obj}}}{f_{\mathrm{ok}}}$. Mivel mindkét távcső esetében ugyanazt az okulárt használjuk, a nagyítások arányát felírva ez ki fog esni. A nagyítások aránya az objektívek fókusztávolságainak arányával lesz azonos:

$$\boldsymbol{\frac{N_{\mathrm{B}}}{N_{\mathrm{Zs}}} = \frac{f_{\mathrm{obj,B}}}{f_{\mathrm{obj,Zs}}} = \frac{3}{4}} \tag{8}$$

A fényerő a fókusz és az átmérő aránya (a nyílásviszony ennek reciproka), vagyis:

$$\boldsymbol{\frac{f_{\mathrm{B}}}{D_{\mathrm{B}}} = \frac{900}{76} = 11{,}84 \qquad \frac{f_{\mathrm{Zs}}}{D_{\mathrm{Zs}}} = \frac{1200}{150} = 8} \tag{9}$$

B2. feladat

A szögfelbontás értékét radiánban kifejezve az $R = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D}$ összefüggéssel kaphatjuk meg. Ebből láthatjuk, hogy adott szögfelbontás mellett a használt hullámhossz és a távcső átmérője egyenesen arányos egymással, vagyis $\lambda_1/\lambda_2 = D_1/D_2$, ahonnan $\boldsymbol{D_2 = 57{,}27}$ **km**.

Ez egy hatalmas szám, ekkora rádióantennát nyilvánvalóan képtelenség építeni. Az interferometria használatával azonban ha két kisebb rádiótávcsövet ilyen messze helyezünk egymástól, akkor ugyanolyan lesz a felbontásunk, mintha egy ekkora tányért építettünk volna.

A 21 cm-es rádiósugárzás a semleges hidrogénatomok hiperfinom átmenetéhez tartozó sugárzás. Áthatol a csillagközi poron, amely a látható fényt kitakarja, így ennek a sugárzásnak a megfigyelésével azonosíthatunk be semleges hidrogénfelhőket.

B3. feladat

Írjuk fel n darab λ hullámhosszú foton energiáját:

$$E = nh\frac{c}{\lambda}, \tag{10}$$

ahol $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s a Planck-állandó, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s pedig a fénysebesség.

E mellett azt is tudjuk, hogy az emberi szemnek az érzékeléshez legalább ennyi energiára van szüksége másodpercenként:

$$E = P\Delta t = P \cdot 1\ \mathrm{s} = 1{,}7 \cdot 10^{18}\ \mathrm{J} \tag{11}$$

Ezeket egyenlővé téve és rendezve a fotonok számára azt kapjuk, hogy:

$$n = 1{,}7 \cdot 10^{18}\ \mathrm{J}\ \frac{600\ \mathrm{nm}}{hc} = 5{,}13 \tag{12}$$

Tehát, legalább **6 fotonra** van szükség másodpercenként ahhoz, hogy a szem érzékelje azt. Egy 600 nm-es foton impulzusa:

$$p = \frac{h}{\lambda} = 1{,}1 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{13}$$

$$p_{\text{össz}} = 6 \cdot p = 6{,}6 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{14}$$

Egy légy impulzusa:

$$p_{\text{légy}} = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{15}$$

A keresett idő tehát:

$$\boldsymbol{\frac{p_{\text{légy}}}{p_{\text{össz}}} \cdot 1\ \mathrm{s} = 1{,}2 \cdot 10^{14}}\ \text{év} \tag{16}$$

B4. feladat

Stefan–Boltzmann-törvény:

$$P = \sigma A T^4$$

A megváltozott és az eredeti teljesítmény aránya:

$$\frac{P'}{P} = \frac{\sigma A(0{,}5(T+\Delta T)^4 + 0{,}5(T-\Delta T)^4)}{\sigma A T^4} = \frac{(1+\frac{\Delta T}{T})^4 + (1-\frac{\Delta T}{T})^4}{2}$$

Ide beírva az adatokat kapjuk, hogy:

$$\boldsymbol{\frac{P'}{P} = 1{,}06}$$

B5. feladat

A legintenzívebb sugárzáshoz tartozó hullámhosszat (λ_{max}) a Wien-féle eltolódási törvényből számolhatjuk:

$$\lambda_{\mathrm{max}} T = 3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{mK}, \tag{17}$$

ahol T a forrás hőmérséklete kelvinben.

Innen a λ_{max}-ra rendezve kapjuk az alábbi eredményeket:

$\boldsymbol{\lambda_{\mathrm{max},\odot} = 519\ \mathrm{nm}}$

$\boldsymbol{\lambda_{\mathrm{max,Bet}} = 857\ \mathrm{nm}}$

$\boldsymbol{\lambda_{\mathrm{max,SA}} = 302\ \mathrm{nm}}$

$\boldsymbol{\lambda_{\mathrm{max,SB}} = 119\ \mathrm{nm}}$

A luminozitásokat a Stefan–Boltzman-törvény alapján számolhatjuk:

$$L = A\sigma T^4 = 4\pi R^2 \sigma T^4, \tag{18}$$

ahol A a forrás felülete, R a gömb alakú forrás (pl. csillag) sugara, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}$ a Stefan–Boltzman-állandó.

Innen az adatokat beírva kapjuk az eredményeket:

$\boldsymbol{L_{\odot} = 3{,}85 \cdot 10^{26}\ \mathrm{W}}$

$\boldsymbol{L_{\mathrm{Bet}} = 5{,}18 \cdot 10^{31}\ \mathrm{W}}$

$\boldsymbol{L_{\mathrm{SA}} = 9{,}86 \cdot 10^{27}\ \mathrm{W}}$

$\boldsymbol{L_{\mathrm{SB}} = 9{,}82 \cdot 10^{24}\ \mathrm{W}}$

3. Nehezebb feladatok

N1. feladat

Egy 22×16 mm-es CCD-re a legnagyobb kör alakú kép ami még ráfér, az az aminek átmérője a rövidebbik oldallal egyezik meg, azaz a leképezett Nap átmérője $d = 16$ mm.

Ismert, hogy a látszó méret (α) és a leképezett méret (d) között az alábbi összefüggés van:

$$\tan\frac{d}{f} = \alpha, \tag{19}$$

ahol f a távcső fókusztávolsága. Mivel a szögek jellemzően kicsik, ezért szokásos módon használjuk a $\tan x = x$ összefüggést, amely kis x esetén igaz, ha azt radiánban adjuk meg. Így az előbbi összefüggés egyszerűbb alakú lesz és átrendezve kapjuk a távcső fókusztávolságát:

$$f = \frac{d}{\alpha} \tag{20}$$

Ide beírva a $d = 16$ mm-t és az $\alpha = 0{,}5° \cdot \frac{\pi}{180°}$ összefüggést, kapjuk a minimális fókusztávolságot:

$$\boldsymbol{f_{min} = 1829\ \mathrm{mm}} \tag{21}$$

Ha ennél kisebb fókusztávolságot választunk akkor a reciprok összefüggés miatt a Nap képe nagyobb lesz, tehát ez tényleg minimális f.

N2. feladat

A Napból származó energiának a Föld által elnyelt hányadát úgy írhatjuk fel, ha a Stefan–Boltzmann-törvényből kiszámított luminozitást megszorozzuk a Föld keresztmetszetének felületével, elosztjuk az 1 CSE sugarú gömb felületével, végül megszorozzuk $(1 - A_{\text{Föld}})$-del. Képlettel:

$$L_{\text{be}} = 4R_\odot \pi\sigma T_{\text{eff}}^4 \frac{r_{\text{Föld}}^2 \pi}{4d^2\pi}(1 - A_{\text{Föld}}) \tag{22}$$

A Föld által kisugárzott luminozitás pedig (mivel $\varepsilon = 1$):

$$L_{\text{ki}} = 4r_{\text{Föld}}^2 \pi\sigma T_{\text{Föld}}^4 \tag{23}$$

A hőmérsékleti egyensúly feltétele: $L_{\text{be}} = L_{\text{ki}}$, beírva a két tagot és átrendezve:

$$T_{\text{Föld}} = T_{\text{eff}}\,(1 - A_{\text{Föld}})^{1/4}\sqrt{\frac{R_\odot}{2d}} \tag{24}$$

Látjuk, hogy a bolygó sugara kiesett, így ettől nem függ a bolygók egyensúlyi hőmérséklete. A kapott összefüggés természetesen igaz a többi bolygóra is, a megfelelő adatokat írva be. A négy kőzetbolygó egyensúlyi hőmérséklete:

- Merkúr: 435 K = 162 °C
- Vénusz: 252 K = -21 °C
- Föld: 248 K = -25 °C
- Mars: 210 K = -63 °C

Tehát ha a légkör hatását nem vesszük figyelembe, **egyik bolygó sem** esik a lakhatósági zónába.

N3. feladat

A relatív fényességváltozás egyenlő a kitakart terület és a teljes Napkorong arányával, amely pedig a sugarak arányának négyzetével egyezik meg. Képlettel kifejezve:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{A_{\text{kitakart}}}{A} = \frac{r^2_{\text{bolygó}}}{r^2_{\odot}} \tag{25}$$

A Jupiter esetén ez 0,01 a Földre pedig 0,00008.

N4. feladat

Ha az űrtávcső 0,02 mas pontossággal tud mérni, akkor ha a mért értéke 0,02 mas-nál kisebb, akkor az akár zaj is lehet, vagyis a legkisebb parallaxis, amire biztosan azt mondhatjuk, hogy valós adat, az 0,02 mas. Ezt váltsuk át távolságba: $d = 1/\pi = 50\,000$ pc.

A fotonszám megbecsléséhez vegyük ezt a távoli csillagot napszerűnek, vagyis legyen a luminozitása és a felszíni hőmérséklete is egyenlő a Napéval! Ekkor a Wien-féle eltolódási törvény értelmében:

$$\lambda_{\max} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{5780\ \text{K}} = 501\ \text{nm}. \tag{26}$$

Közelítsünk azzal, mintha a csillag csak ilyen hullámhosszú fotonokat bocsátana ki! Ezen fotonok energiája: $\varepsilon = hc/\lambda = 3{,}97 \cdot 10^{-19}$ J. 1s alatt a csillag $N = L_{\odot} \cdot 1\ \text{s}/\varepsilon = 9{,}69 \cdot 10^{44}$ db fotont bocsát ki.

Tegyük fel azt is, hogy egy ennyire távoli objektum már egyetlen pixelre képeződik csak le, nem kenődik szét a képe! Ekkor az egy pixelre jutó fotonszámhoz az előbb kiszámított teljes fotonszámot meg kell szorozni a főtükör felszínével ($A = 1{,}5\ \text{m} \cdot 0{,}5\ \text{m} = 0{,}75\ \text{m}^2$) és el kell osztani az 50 000 pc sugarú gömb felszínével. Így az egy pixelre jutó fotonok száma **24**.

N5. feladat

1. Jelöljük a Nap által 1 s alatt kisugárzott összes energiát E-vel! Ennek értékét kiszámíthatjuk a napállandó segítségével: ez a konstans azt adja meg, hogy a Föld távolságában 1 m^2 -re mekkora teljesítmény jut a Napból, vagyis 1 s alatt mekkora energia. Ezt felhasználva tehát megkaphatjuk az E értékét:

   $$\frac{E}{4R^2\pi} = w, \tag{27}$$

   ahol R a Nap-Föld távolság, ugyanis az összenergiát el kellett osszuk azzal, hogy a Föld távolságában mekkora felületen oszlik szét. Így tehát: $E = 3{,}85 \cdot 10^{26}$ J.

   A Nap által kisugárzott energiát átkonvertálhatjuk tömeggé az $E = mc^2$ összefüggéssel. Ekkor ugye azt kapjuk meg, hogy 1 s alatt mennyi tömeget veszít, ezt felszorozva egy év alatt $\boldsymbol{\Delta m = 1{,}35 \cdot 10^{17}}$ **kg** tömeget veszít a Nap.

2. A tömege felét ennyi idő alatt veszíti el:

   $$\boldsymbol{\frac{1}{2} m_{\odot}/\Delta m = 7{,}4 \cdot 10^{12}}\ \text{év} \tag{28}$$

3. A Nap a proton-proton ciklussal termeli az energiáját, amelyben egy ciklus nettó eredménye a következő:

$$4p^{+} \quad \rightarrow \quad {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2e^{+} + 2\nu + 26{,}7\mathrm{MeV}, \tag{29}$$

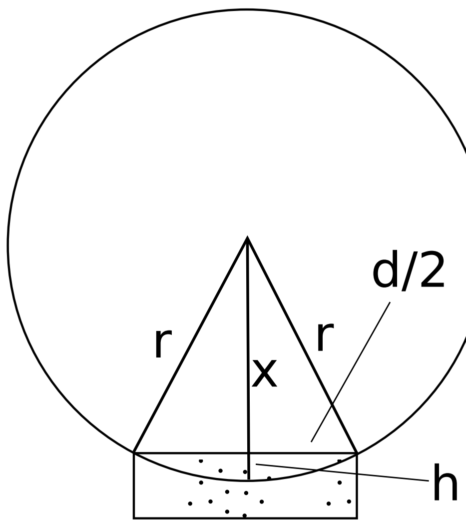
vagyis egy ciklus során 2 neutrínó keletkezik. Váltsuk át a MeV-et J-ba: 26,7 MeV $= 4{,}27 \cdot 10^{-12}$ J. Az egy s alatt kisugárzott összenergiát (E) ezzel az energiaértékkel elosztva megkapjuk, hogy 1 s alatt hány ilyen folyamat megy végbe a Napban, és ennek kétszerese lesz az 1 s alatt keletkező neutrínók száma: $N_\nu = 1{,}8 \cdot 10^{38}$. Becsüljük egy ember keresztmetszetét 1 m^2 -nek, így a testünkön 1 s alatt áthaladó neutrínók száma:

$$\boldsymbol{N_t = N_\nu \frac{1\ \mathrm{m}^2}{4R^2\pi} = 6{,}37 \cdot 10^{14}\ \frac{1}{\mathrm{s}}} \tag{30}$$

Diákolimpiai szintű feladatok

D1. feladat

A gömbtükör fókusztávolsága és görbületi sugara közötti összefüggés: $f = r/2$, vagyis egy $r = 4$ m görbületi sugarú gömb egy részét kell belecsiszoljuk az üvegbe. Az ábrán látható pontozott téglalap szimbolizálja az üveget kezdetben, a kör pedig a megfelelő gömböt. A Pitagorasz-tételt felírva x-re, r-re és $d/2$(= 7,5 cm)-re, megkaphatjuk az x szakasz nagyságát: $x = 399{,}93$ cm. Mivel $r = x + h$, így $\boldsymbol{h = 0{,}7}$ **mm**-t kell középen kicsiszolni a gömbtükrünkhöz.



D2. feladat

Az egyensúly feltétele, hogy a sugárzási nyomás okozta erő ($\boldsymbol{F_{ny}}$) és a gravitációs erő ($\boldsymbol{F_g}$) egyenlő legyen:

$$\boldsymbol{F_{ny} = F_g}$$

Számoljuk ki először a gravitációs erőt:

$$\boldsymbol{F_g = G\frac{M_\odot m}{r^2}},\tag{31}$$

ahol $\boldsymbol{G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N}\frac{m^2}{kg^2}}$ a gravitációs konstans, $\boldsymbol{M_\odot}$ a Nap tömege, $\boldsymbol{m}$ a porszem tömege és $\boldsymbol{r = 1}$ CsE a távolsága a Naptól.

Most számoljuk ki a porszem tömegét:

$$\boldsymbol{m = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi(d/2)^3 = \frac{\rho\pi}{6}d^3},\tag{32}$$

ahol $\boldsymbol{\rho = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}}$ a porszem sűrűsége, $\boldsymbol{d}$ az átmérője, $\boldsymbol{V}$ a térfogata.

Most számoljuk ki a sugárnyomás okozta erőt. Tudjuk, hogy 1 CSE távolságban a napállandónak megfelelő a sugárzási teljesítmény, azaz $\boldsymbol{m^2}$-enként 1362 W teljesítmény esik. Azt is tudjuk, hogy a fotonok impulzusa ($\boldsymbol{p}$) az alábbi képlettel kapható meg az energiájukból ($\boldsymbol{E}$):

$$\boldsymbol{p = \frac{E}{c}},\tag{33}$$

ahol $\boldsymbol{c}$ a fénysebesség. A feladat továbbá azt is monja, hogy feltehető, hogy a szemcsék fekete testek. Ez azt jelenti, hogy a beérkező fotonok teljes energiáját és teljes impulzusát átveszi a porszem. Így a porszem impulzusának megváltozása:

$$\boldsymbol{\Delta p = \frac{\Delta E}{c} = \frac{(1362\ \mathrm{W})A\Delta t}{c}},\tag{34}$$

ahol $\boldsymbol{A = (d/2)^2\pi = (\pi/4)d^2}$ a szemcse keresztmetszetének felülete.

Innen az erő:

$$\boldsymbol{F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{(1362\ \mathrm{W})A}{c} = \frac{(1362\ \mathrm{W})\pi}{4c}d^2}\tag{35}$$

Innen az erőket egyenlővé téve kapjuk, hogy:

$$\boldsymbol{d = \frac{3(1362\ \mathrm{W})r^2}{2cGM_\odot\rho}}\tag{36}$$

Az adatokat beírva kapjuk a porszemek átmérőjét:

$$\boldsymbol{d = 1{,}15\ \mu\mathrm{m}}$$

D3. feladat

Először is abba kell belegondolnunk, mi is változott meg pontosan. Mivel a Föld mellől mérhető fluxusérték változott, ezért más luminozitásúnak, ezen túl pedig összességében más effektív hőmérsékletűnek is látjuk a Napot. Ismert, hogy a fluxussűrűség felírható a luminozitás és egy gömbfelület hányadosaként, ezáltal a megváltozás:

$$\frac{L_0 - L_1}{4\pi d^2} = \Delta f,$$

ahol d a Nap-Föld távolság. Ezáltal a folt okozta luminozitásbeli különbség:

$$\Delta f \cdot 4\pi d^2 = F_{\text{folt,diff}} = 5.655 \cdot 10^8 \text{ W}.$$

A kérdés az, hogy ez a tag miből tevődik össze. Mint látszott fentebb, felírható a két luminozitás különbségeként, ezt írjuk fel a folt esetére:

$$F_{\text{folt,diff}} = L_0 - L_1 = A_{\text{folt}} \cdot (I(r) - F_{\text{folt}})$$

Mivel a Napra, mint gömbfelületre, ferdén kell néznünk, hogy lássuk a foltot, ezért megjelenik a szélsötétedés effektusa, vagyis az, hogy a napkorong széle felé haladva a fotoszféra egyre sötétebb lesz. Ha a fenti egyenletet átírjuk $\frac{F_{\text{folt}}}{I(r)} = c$ felhasználásával, akkor az

$$F_{\text{folt,diff}} = (1 - c)I(r)A_{\text{folt}}$$

egyenlethez jutunk. A mivel a foltra ferdén látunk rá, ezért ellipszis alakúnak fog tűnni; az egyenlítő mentén kicsit összehúzódottnak fogjuk látni. Egyszerű trigonometriával belátható, hogy a folt látszó területe:

$$A_{\text{folt}} = \pi R_{\text{folt}}^2 \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R_{\text{Nap}}}\right)^2} = 8.815 \cdot 10^8 \text{km}^2.$$

Ezek ismeretében már csak a c kontrasztfaktort kell kiszámolnunk, melyre vonatkozó egyenlet

$$c = 1 - \frac{F_{\text{folt,diff}}}{I(r)A_{\text{folt}}}.$$

Itt $I(r)$ értékét egyszerűen a napkorong középpontjában mérhető fluxusból számolhatjuk, a megfelelő arányszámmal történő szorzással. A rá kapott érték:

$$I(r) = 6.287 \cdot 10^7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Amennyiben az ismert értékeket beírjuk a c-be, a rá kapott érték

$$c = 0.3878$$

lesz. Már csak arra kell gondolnunk, mi volt c jelentése: két luminozitásérték arányaként definiáltuk. Mivel az arányhoz használt mindkét értéket ugyanúgy befolyásolja a szélsötétedés, valamint mindkettőre alkalmazható a Stefan-Boltzmann-törvény, ezért valójában hőmérsékletek arányáról van szó, azaz

$$c = \frac{T_{\text{folt}}^4}{T_{\text{fotoszféra}}^4}$$

ahonnan $T_{\text{fotoszféra}}$=5772 K felhasználásával $\mathbf{T}_{\text{folt}} = \mathbf{4554\ K}$.